



# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA Y CIENCIAS SOCIALES

## EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA LINEAL

1.- Indicar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar su respuesta con argumentos teóricos.

a.- Si  $\{a, b, c\}$  es un conjunto de vectores no nulos de  $R^3$ , entonces

$$\text{Proy } a \text{ sobre } b = \frac{a \cdot b}{b \cdot b} b \Rightarrow a \cdot (c \times (b - a)) = -(a \cdot c)(b - a)$$

b.- Sea  $\{u, v, w\}$  un conjunto de vectores linealmente independiente, entonces

$\{u \times v, v \times w, w \times u\}$  es linealmente independiente.

c.-  $W$  es subespacio vectorial de  $V = R^4$ , siendo

$$W_1 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) / (x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1, -x_1 + 2x_3, x_3, 2x_1 - x_3)\}$$

2.- a) En  $R^3$  dados los subespacios  $W_1$  y  $W_2$  dados por

$$W_1 = \{(x_1, x_2, x_3) / x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$$

$$W_2 = \langle (2, -1, 1), (1, 2, 3) \rangle$$

i) Determine  $W_1 + W_2$ ;  $W_1 \cap W_2$  y sus respectivas dimensiones

ii) Determine las bases de  $W_1 + W_2$  y  $W_1 \cap W_2$

iii) ¿Es  $W_1 + W_2 = R^3$ ?

$$b) \text{ ¿Es } \langle (2 - x - 5x^2 + x^3, 3 - 2x^3, 3x - 7x^2) \rangle = \langle (3x - 8x^2 + 5x^3, -2 + 6x - 9x^2 - 9x^3, -7 + 5x - 2x^3, -6 + 3x - 5x^2 - 7x^3) \rangle?$$

$$(5\sqrt{5}B + \frac{10}{\sqrt{5}})^2 = 33$$

$$- \frac{233}{523}$$

$$+ 6 \times \frac{11}{2}$$

$$33 - 7$$

$$- \frac{11}{2}$$

$$-20 - 13$$

$$(-33)$$

$$25B^2 + 4 + 20B$$

$$25B^2 + 4 - 30B$$

$$125B^2 + 50B - 13 = 0$$

$$\sqrt{125}$$

$$\frac{233}{5}$$

$$(5\sqrt{5}B)^2 + 2(50B) + \frac{100}{5}$$

$$(\frac{10}{\sqrt{5}})^2$$

$$(5\sqrt{5}B)^2 + 2(50B) + \frac{100}{5}$$

$$\frac{233}{5} - 13 \neq 20$$

$$\frac{5}{3} \cdot 6 - 10$$

$$- \frac{100}{25}$$

$$-20 - 13$$

$$(-33)$$

$$(1, 4, 5) \times (3, 2, -1) = (-12, 10, -16) \quad (2, 1, -2) \times (-12, 10, -16)$$



$$2\hat{k} + 1\hat{j}$$

$$-18\hat{k} - 6\hat{j}$$

$$9\hat{j} - 5\hat{k}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA Y CIENCIAS SOCIALES

$$20\hat{k} + 32\hat{j}$$

$$12\hat{k} - 16\hat{j}$$

$$24\hat{j} + 20\hat{k}$$

1.- i) Deducir la ecuación de la parábola en forma vectorial.

ii) Dadas las rectas:

$$(SB, SB, -SB) - (AS) - (SA)$$

$$L_1: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{1} = z-4$$

$$L_2: \{(1, 0, -1) + t(1, 1, 2) \mid t \in \mathbb{R}\}$$



$$A(S, S, -S)$$

$$\downarrow$$

$$-B$$

a) Calcule la ecuación de la recta  $L$  que es perpendicular a  $L_1$  y  $L_2$ .

$$(10B, 10B, 0)$$

b) Determine los puntos A y B de la recta  $L$  que forman con Q (1, 0, 0) un triángulo equilátero.

4.- Determine la ecuación del plano P, que contiene a la recta:

$$\begin{cases} X + 6y + 3z - 7 = 0 \\ 3x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

y es perpendicular al plano  $P_1: 2x + y - 2z + 1 = 0$

$$(SB, SB, -SB) - (A) - S$$

El Profesor

UNI 221223

$$10B)$$

$$\frac{-7}{24}$$

$$(-2, 3, 1) \cdot (1, 1, 2)$$

$$-2\hat{k} + 4\hat{j}$$

$$-3\hat{k} + 6\hat{j}$$

$$+7\hat{j}$$

$$-7\hat{j}$$

$$S\hat{j} + S\hat{j} - S\hat{k}$$

$$= \frac{-7}{38}$$



$$(0, 2, 3)$$

$$SB + SB + 2j - SB$$

$$3x + 18y = 7$$

$$3x + 2y = 0$$

$$16y = 7$$